

Musterprüfung

Terme vereinfachen

1. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

$$\text{a) } -\left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{-y^{2m+4}}{x^{n-2}}\right)^4 : \left[\left(\frac{y^{6m+3}}{x^{6-6n}}\right)^{-2} \left(\frac{4x^{1-2n}}{3y^{6m+7}}\right)^{-3} \right]$$

$$\text{b) } \left(\frac{\left(a \frac{1}{8} \sqrt[5]{b^4} \right)^2}{a^{\frac{3}{4}} \sqrt{a^{-5} b^{\frac{1}{5}}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{c) } \log_b \left(b^{\log_a (\sqrt[3]{a})} \right)$$

Lösen von Gleichungen

2. Lösen Sie folgende Gleichung nach K auf: $3K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5}$

3. Lösen Sie folgende Gleichung durch quadratische Ergänzung (also nicht mit der Formel für quadratische Gleichungen)! $17x^2 - 4x - \frac{32}{17} = 0$

Logik und Ungleichungen

4. a) Ist die Bedingung $x > 0$ hinreichend oder notwendig, damit $|1-x| - 1 < 0$ wahr ist?
 b) Ist die Bedingung $0.5 < x < 1.5$ hinreichend oder notwendig, damit $|1-x| - 1 < 0$ wahr ist?

Summen

5. Schreiben Sie die Summe $\frac{a_{17}}{b_2^2} - \frac{a_{26}}{b_3^4} + \frac{a_{35}}{b_4^6} - \frac{a_{44}}{b_5^8} + \frac{a_{53}}{b_6^{10}} - \frac{a_{62}}{b_7^{12}} + \frac{a_{71}}{b_8^{14}} - \frac{a_{80}}{b_9^{16}}$ mit Hilfe von Summenzeichen

Mengenlehre

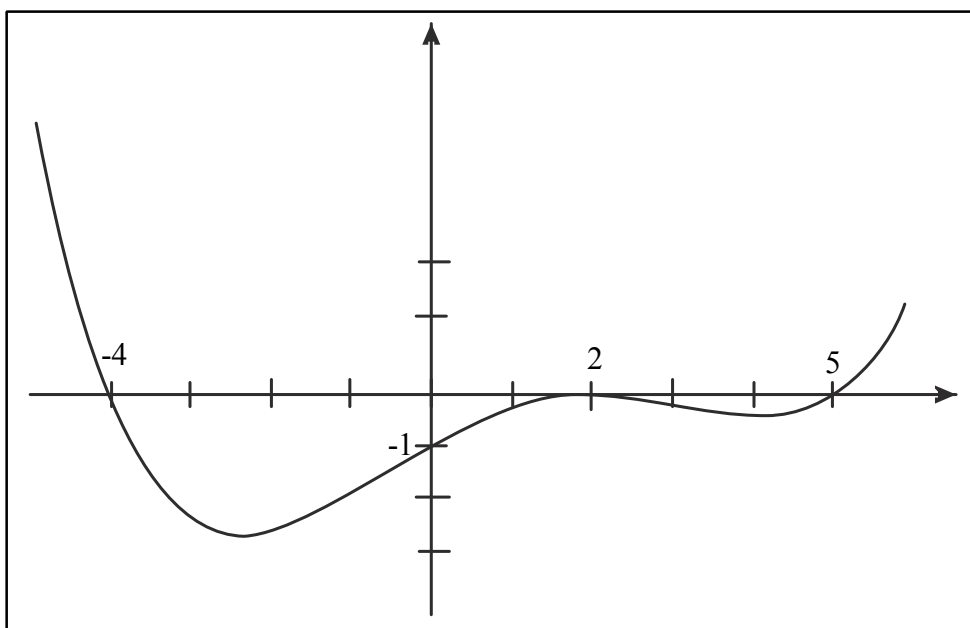
6. Es gibt ein vorbildliches Dorf mit 1000 Einwohnern, in dem immer alle stimmberechtigten entweder an die Urne gehen oder ihre Stimme brieflich abgeben. Ausschliesslich für die Partei A stimmen 100, ausschliesslich für die Partei B stimmen 70 und ausschliesslich für die Partei C stimmen 80. 200 stimmen manchmal für Partei A und manchmal für Partei B aber nie für C. 130 stimmen manchmal für A und manchmal für C, aber nie für B und 180 stimmen manchmal für Partei B und manchmal für Partei C aber nie für A. Es gibt aber in diesem Dorf niemand, der schon Stimmen an alle drei Parteien verteilt hätte.

- Wie viele Einwohner sind nicht stimmberechtigt?
- Welches ist die stimmenmässig stärkste Partei, falls diejenigen, die ihre Stimmen an zwei Parteien vergeben, dies in genau gleich vielen Fällen tun?

Eigenschaften von Funktionen

7. Bestimmen Sie vier Geraden, die sich so schneiden, dass ein Quadrat entsteht, wobei eine Ecke des Quadrats die Koordinaten (2|2) und eine benachbarte die Koordinaten (4|-2) haben

8. Bestimmen Sie die Gleichung für eine Polynomfunktion mit folgendem Graph:



Lösungen:

1.

a) $-y^{2m+1} \cdot x^{2n-1}$

b) \sqrt{ab}

c) $\frac{1}{3}$

2.

$$K^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{15L^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow K = 225L^{\frac{2}{3}} = 225\sqrt[3]{L^2}$$

3.

$$(\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 = 17x^2 - 4x + \frac{4}{17}$$

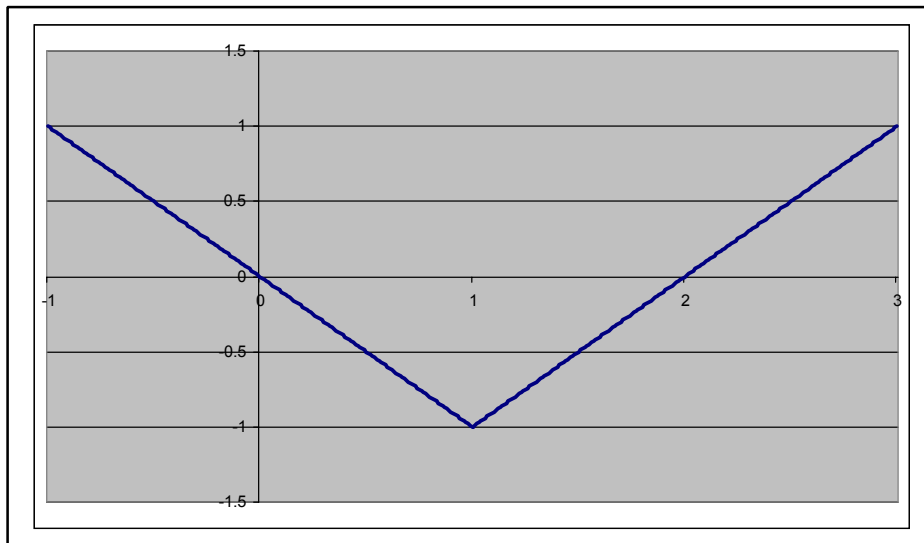
$$\text{Also ist } 0 = 17x^2 - 4x - \frac{32}{17} = (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 - \frac{4}{17} - \frac{32}{17} = (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 - \frac{36}{17}$$

$$\text{oder } (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 = \frac{36}{17}$$

$$\text{bzw. } (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}}) = \pm \frac{6}{\sqrt{17}} \text{ oder } x = \frac{2 \pm 6}{17}$$

4.

Der Graph der Funktion $y = |1 - x| - 1$ sieht so aus:



Daraus ist ersichtlich, dass x zwischen 0 und 2 liegen muss, wenn $|1 - x| - 1 < 0$ gelten soll. Umgekehrt folgt aus $|1 - x| - 1 < 0$ auch, dass x zwischen 0 und 2 liegt, d.h.

$$|1 - x| - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

a) Wegen $|1 - x| - 1 < 0 \Rightarrow 0 < x$ ist $x > 0$ notwendig

b) Wegen $0.5 < x < 1.5 \Rightarrow 0 < x < 2 \Leftrightarrow |1 - x| - 1 < 0$ ist $0.5 < x < 1.5$ hinreichend

5.

$$\sum_{i=1}^8 (-1)^{i+1} \frac{a_{8+9i}}{b_{i+1}^{2i}}$$

6.

Die Menge M der Dorfeinwohner kann wie folgt in disjunkte Mengen zerlegt werden:

$$M = ABC \cup ABc \cup AbC \cup aBC \cup Abc \cup aBc \cup abC \cup abc$$

Dabei bezeichnet z.B. A die Menge der Einwohner, die für die Partei A stimmen und a bezeichnet die Menge der Einwohner, die nicht für die Partei A stimmen. Entsprechend für B, C, b, c. $AB := A \cap B$

Wenn wir mit $|A|$ die Anzahl der Einwohner bezeichnen, die für die Partei A stimmen, dann können wir aus der Aufgabenstellung folgende Zahlen entnehmen:

$$\begin{aligned} |Abc| &= 100 \\ |aBc| &= 70 \\ |abC| &= 80 \\ |ABc| &= 200 \\ |AbC| &= 130 \\ |aBC| &= 180 \\ |ABC| &= 0 \end{aligned}$$

Damit erhalten wir

$$1000 = 0 + 200 + 130 + 180 + 100 + 70 + 80 + x = 760 + x$$

a) Somit gibt es 240 nicht stimmberechtigte Personen in diesem Dorf.

b)

Die Partei A erhält: $100 + 100 + 65 = 265$ Stimmen

Die Partei B erhält: $70 + 100 + 90 = 260$ Stimmen

Die Partei C erhält: $80 + 65 + 90 = 235$ Stimmen

Somit ist die Partei A die stimmenstärkste Partei

7.

$$\begin{aligned} y &= -2x + 6 \\ y &= 0.5x + 1 \\ y &= 0.5x - 4 \\ y &= -2x - 4 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} y &= -2x + 6 \\ y &= 0.5x + 1 \\ y &= 0.5x - 4 \\ y &= -2x + 16 \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} y &= ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = a(x+4)(x-2)^2(x-5) = a(x+4)(x^2 - 4x + 4)(x-5) = \\ &= a(x+4)(x^2 - 4x + 4)(x-5) = a(x^3 - 12x + 16)(x-5) = a(x^4 - 5x^3 - 12x^2 + 76x - 80) \end{aligned}$$

$$b = -5a$$

$$c = -12a$$

$$d = +76a$$

$$e = -80a$$

Für $x = 0$ hat die Funktion den Wert $-80a$ und das muss -1 sein. Somit:

$$-80a = -1$$

$$a = \frac{1}{80} = 0.0125$$

$$y = 0.0125x^4 - 0.0625x^3 - 0.15x^2 + 0.95x - 1$$

