Beispielmusterprüfung Mathematik – Niveau Berufsmatura

Name des Studierenden: ______________

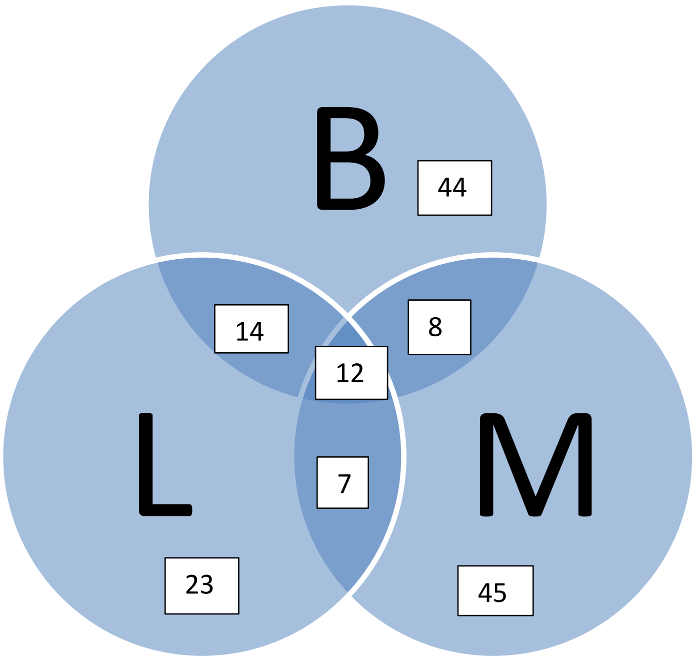
Aufgabe 1 (total 6 Punkte)

200 Autos werden in einer Werkstatt überprüft. 78 haben Mängel an den Bremsen, 72 haben Mängel am Motor, 56 haben Mängel an der Lichtanlage. 20 haben Mängel an den Bremsen und am Motor, 19 haben Mängel am Motor und an der Lichtanlage, 26 haben Mängel an den Bremsen und an der Lichtanlage. 12 haben in allen drei Bereichen Mängel.

a) Zeichnen Sie ein geeignetes Venndiagramm (Mengendiagramm)! (4 Punkte)
b) Wie viele Autos haben keine Mängel? (2 Punkte)

Lösung:

a)



B = Menge der Autos, die Mängel an den Bremsen haben
L = Menge der Autos, die Mängel an der Lichtanlage haben
M = Menge der Autos, die Mängel am Motor haben

Rechenbeispiele: 19-7 = 12; 78 – 12-8-14 = 44 (4 P.)

b) 200 – 44 – 8 – 45 – 7 – 12 – 23 -14 = 47 Autos ohne Mängel (2 P)

Name des Studierenden: ____________________

Aufgabe 2 (total 7 Punkte)

a) Berechnen Sie den folgenden Ausdruck und geben Sie das Resultat als gewöhnlichen, gekürzten Bruch (also nicht als Dezimalbruch) an: (4 Punkte)

$$\frac{\frac{2}{3}-\frac{3}{10}}{0{,}4\overline{5}}$$

b) Bestimmen Sie den ggT (grössten gemeinsamen Teiler) der beiden Zahlen 660 und 1170 mit Hilfe der Primfaktorzerlegung! (3 Punkte)

Lösung:

a) $100 \cdot 0.4\overline{5} = 45,\overline{5} \quad 10 \cdot 0,4\overline{5} = 4,\overline{5} \quad \rightarrow \quad 90 \cdot 0,4\overline{5} = 41$

$0,4\overline{5} = \frac{41}{90}$ (2 P.)

$\frac{\frac{2}{3}-\frac{3}{10}}{\frac{41}{90}} = \frac{\frac{20-9}{30}}{\frac{41}{90}} = \frac{11 \cdot 90}{30 \cdot 41} = \frac{33}{41}$ (2 P.)

b) $660 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ (1 P.)

$1170 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$ (1 P.)

ggT $= 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ (1 P.)

Name des Studierenden: ____________________

Aufgabe 3 (total 11 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle reellen Lösungen:

a) $\frac{x-4}{x-5} = \frac{30-x^2}{x^2-5x}$ (4 Punkte)
b) $\frac{x}{3} < \frac{x+3}{2} + 1$ (3 Punkte)
c) $3^x = 5 \cdot 2^{x-1}$ (Resultat auf drei Stellen nach dem Komma runden) (4 Punkte)

Lösung:

a) $D = R \setminus \{0; 5\}$
Hauptnenner $x(x-5)$ (1 P.)

$x^2 - 4x = 30 - x^2$ (1 P.)
$2x^2 - 4x - 30 = 0$
$x^2 - 2x - 15 = 0$
$(x+3)(x-5) = 0$ (1 P.)
$x_1 = -3 \in D, x_2 = 5$ nicht in D
$L = \{-3\}$ (1 P.)

b) $\frac{x}{3} < \frac{x+5}{2}$ (1 P.)
$2x < 3x + 15$
$-x < 15$ (1 P.)
$x > -15 \quad L = \{x \in \mathbb{R} | x > -15\}$ (1 P.)

c) $xln3 = ln5 + (x-1)ln2$ (2 P.)
$xln3 = ln5 + xln2 - ln2$
$x(ln3 - ln2) = ln5 - ln2$ (1 P.)
$x = \frac{ln5 - ln2}{ln3 - ln2} \approx 2{,}260$ (1 P.)

Name des Studierenden: ____________________

Aufgabe 4 (total 6 Punkte)

a) Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck. Geben Sie das Resultat in einer Form ohne negative oder gebrochene Exponenten an! (3 Punkte)

$$\frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}}{\sqrt[6]{x}y^2}$$

b) Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck. Geben Sie das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an! (3 Punkte)

$$\frac{x+9}{x^2-1} - \frac{x+5}{x^2+x}$$

Lösung:

a) $\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{6}} \cdot y^2} =$ (1 P.)

$= x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{1}{3}-2} = x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{-\frac{5}{3}} =$ (1 P.)

$= \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y^5}}$ (1 P.)

b) $\frac{x+9}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+5}{x(x+1)} = \frac{x(x+9)-(x+5)(x-1)}{x(x+1)(x-1)} =$ (1 P.)

$= \frac{x^2+9x-x^2-5x+x+5}{x(x+1)(x-1)} = \frac{5x+5}{x(x+1)(x-1)} =$ (1 P.)

$= \frac{5(x+1)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{5}{x(x-1)}$ (1 P.)

Name des Studierenden:____________________

Aufgabe 5 (total 7 Punkte)

a) Ein Geschäft setzt den Preis für einen Artikel um 10% hinauf. Kurz darauf wird eine Aktion durchgeführt und der Preis (vom neuen Preis her gerechnet) um 30% reduziert. Nach der Aktion wird der Preis wieder (vom Aktionspreis her gerechnet) um 25% erhöht. Wie viele Prozent des ursprünglichen Preises beträgt der Preis jetzt? (2 Punkte)

b) Bei dieser Aufgabe wird mit Zinseszinsen gerechnet:
Ein Kapital von CHF 1000 ist nach 10 Jahren auf CHF 1500 angewachsen.
Berechnen Sie den jährlichen Zinsfuss! Runden Sie diesen auf eine Stelle nach dem Komma! (2 Punkte)

c) Bei dieser Aufgabe wird mit Zinseszinsen gerechnet:
Wie lange dauert es, bis sich ein gegebenes Kapital bei einem jährlichen Zinsfuss von 5% verdreifacht hat? Geben Sie das Resultat in Jahren an, gerundet auf eine Stelle nach dem Komma! (3 Punkte)

Lösung:

a) $1{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 1.25 = 0{,}9625$
96,25% des ursprünglichen Preises. (2 P.)

b) $1500 = 1000 \cdot q^{10}$ (1 P.)
$q = \sqrt[10]{\frac{1500}{1000}} \approx 1{,}042; \quad p \approx 4{,}2\%$ (1 P.)

c) $3K = K \cdot 1{,}05^x$ (1 P.)
$3 = 1.05^x$
$ln3 = x \cdot ln1{,}05$ (1 P.)
$x = \frac{ln3}{ln1{,}05} \approx 22{,}5\, Jahre$ (1 P.)

Name des Studierenden: ____________________

Aufgabe 6 (total 7 Punkte)

Ein Betrieb produziert mit der linearen Kostenfunktion K(x) = mx + b.
Dabei sind K die entstandenen Kosten, x die produzierte Menge.
Bei einer Menge von x = 30 Mengeneinheiten ME fallen Kosten von K = 800 Geldeinheiten GE an; bei einer Menge von x = 50 ME fallen Kosten von K = 1200 GE an.

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Kostenfunktion. (3 Punkte)

b) Für den Betrieb gilt ferner die Preis-Absatz-Funktion p(x) = 100 – 4x. (4 Punkte)
(x = Menge in ME; p = Preis pro ME in GE)
Für welche produzierte Menge x erzielt der Betrieb den maximalen Gewinn?
[Anmerkung: Wenn Sie Aufgabe a) nicht lösen konnten, arbeiten Sie hier mit der Kostenfunktion K(x) = 40x + 100]

Lösung:

a) $m = \frac{1200-800}{50-30} = 20$ (1 P.)
$K = 20x + b \ \rightarrow 800 = 600 + b \ \rightarrow b = 200$ (1 P.)
$\mathrm{K(x)} = 20\mathrm{x} + 200$ (1 P.)

b) Gewinn G(x) = xp(x) – K(x)
$G(x) = 100x - \ 4x^2 - 20x - 200 = \ -4x^2 + 80x - 200$ (2 P.)
Bestimmung des Scheitelpunktes der Parabel:
$-4x^2 + 80x - 200 = -4(x^2 - 20x + 50) = -4[(x-10)^2 - 50]$
Maximaler Gewinn für x = 10 ME
Oder: $G(x) = 0 \rightarrow -4x^2 + 80x - 200 = 0 \rightarrow x_1 \approx 2{,}93;\ x_2 \approx 17{,}07$ (2 P.)
maximaler Gewinn für $x = \frac{3{,}93+17{,}07}{2} = 10\ ME$

Mit der Ersatzkostenfunktion: maximaler Gewinn für x = 7,5 ME